

# MATEMATYKA 1

## Technikum

### Zakres podstawowy

Wymagania edukacyjne na  
poszczególne oceny

*Szczecin 2023*

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych czynności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	- wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	- wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	- wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	- wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	- wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

## 1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje cechy podzielności liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje dzielniki danej liczby naturalnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza NWD i NWW</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie</li> </ul>

twierdzenia
<ul style="list-style-type: none"> <li>usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{1}{\sqrt{a}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza procent danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>konstruuje odcinki o długościach niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci <math>a \cdot k + r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartość wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\sqrt[3]{a}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych</li> </ul>

## 2. JĘZYK MATEMATYKI

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą lub dostateczną**, jeśli:

• <i>posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony</i>
• <i>opisuje symbolicznie dane zbiory</i>
• <i>wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące</i>
• <i>posługuje się pojęciami iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów</i>
• <i>zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe</i>
• <i>wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami</i>
• <i>wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej</i>
• <i>rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność</i>
• <i>zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej</i>
• <i>zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. <math>A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x &lt; 1\} = [-4; 1)</math></i>
• <i>wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej</i>
• <i>mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie</i>
• <i>zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach</i>
• <i>stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach</i>
• <i>stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności</i>
• <i>oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej</i>
• <i>stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu <math> x =a</math>, <math> x &lt;a</math></i>

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą lub bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• <i>wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru</i>
• <i>zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą</i>
• <i>wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych</i>
• <i>zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych</i>
• <i>przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych</i>
• <i>stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych</i>
• <i>stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci <math>a + b\sqrt{c}</math></i>
• <i>usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}</math></i>
• <i>stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)</i>
• <i>stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</i>
• <i>upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną</i>
• <i>stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności</i>
• <i>wyprowadza wzory skróconego mnożenia</i>

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• <i>dowodzi podzielności liczb (trudniejsze przypadki)</i>
• <i>stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</i>

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształcania wyrażeń algebraicznych i własności wartości bezwzględnej

### 3. UKŁADY RÓWNAŃ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
• sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań
• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)
• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań (proste przypadki)
• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników (proste przypadki)
• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe
• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
• zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego
• stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym np. układów równań liniowych z trzema (lub więcej) niewiadomymi, oraz ich zastosowania w zadaniach tekstowych
---

#### 4. FUNKCJE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
• określa funkcję różnymi sposobami (grafem, tabelą, wykresem, opisem słownym, wzorem)
• poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
• na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji
• oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
• sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ , $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przypadkach
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje rozwiązania równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości $m$
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$ , $f(x) < m$ , $f(x) \geq m$ , $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości $m$
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x)$ , $f(x) < g(x)$ , $f(x) > g(x)$
• szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu, w trudniejszych przypadkach
• stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną,

do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- udowadnia, że funkcja np.  $f(x) = \frac{1}{x}$  nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

## 5. FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą lub dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
• sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
• stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
• rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną
• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
• rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą lub bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz :

• sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
• sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• analizuje własności funkcji liniowej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>• <i>określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze</i></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <i>wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</i></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <i>wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty</i></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <i>udowadnia warunek prostokątności prostych o danych równaniach kierunkowych</i></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• <i>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej</i></li></ul>